13.1 Buiging

Opgave 1

a Voor radiogolven geldt $c = f \cdot \lambda$. Omdat c een constante is, betekent dit dat hoe hoger de frequentie is, des te kleiner is de golflengte. Hoe kleiner de golflengte, des te kleiner is de mate van buiging. Bij obstakels zoals bergtoppen treedt minder buiging op naarmate de golflengte kleiner is. Als de bron van de golven buiten het dal is, en de golflengte is te klein, zijn de golven niet of nauwelijks waarneembaar in het dal.

b De geluidsgolven met lage tonen hebben kleine frequenties en dus grote golflengtes. Golven vertonen buigingsverschijnselen als de golflengte groter is dan de grootte van een obstakel. Hoge tonen, met kleine golflengtes, worden tegengehouden door kleine obstakels, waar de golven van lage tonen omheen buigen. Daarom hoor je op grote afstand vooral de lage tonen.

c Atomen en de ruimte ertussen hebben een veel kleinere afmeting dan de golflengte van licht. Licht buigt dus om de atomen heen. Röntgenstraling heeft een veel kleinere golflengte dan licht en buigt dus veel minder. Röntgenstraling wordt gedeeltelijk weerkaatst en geeft daarmee informatie over de structuur van kristallen.

Opgave 2

a De gele strepen verschijnen op de plekken waar het gele licht een hoge intensiteit heeft. Wit is de kleur van de achtergrond, zichtbaar op de plekken waar het gele licht een lage intensiteit heeft. De lichtbundels uit de twee spleten vertonen interferentie. Op een plaats met een gele kleur treedt constructieve interferentie op en is het faseverschil (in de buurt van) een geheel getal: $\Delta\varphi = ...-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2.....$ Op een plaats met een witte kleur treedt destructieve interferentie op en is het faseverschil (in de buurt van): $\Delta\varphi = ...-\tfrac{5}{2},\ -\tfrac{3}{2},\ -\tfrac{1}{2},\ \tfrac{1}{2},\ \tfrac{3}{2},\ \tfrac{5}{2}.....$

b Als de afstand tussen de spleten kleiner is dan één golflengte, is er maar één maximum. Als de spleetafstand groter is dan de golflengte, kunnen er meer maxima ontstaan.
Als er meer maxima verschijnen is de afstand tussen de spleten dus groter geworden.

c Als de spleetafstand groter is dan de golflengte, kunnen er meer maxima ontstaan.
Bij dezelfde spleetafstand is het aantal maxima dus groter, als de golflengte kleiner is.

Opgave 3

a Intensiteit heeft te maken met energie. Dus de wet van behoud van energie is de natuurkundige wet die samenhangt met het principe van Babinet.

b 1 Is een spleet veel groter is dan de golflengte van het licht, dan gaat nagenoeg alle licht rechtdoor en treedt er nauwelijks buiging op.
Volgens het principe van Babinet geeft buiging rondom een groot voorwerp het omgekeerde intensiteitspatroon. Dit laat een verlicht scherm zien met een duidelijke schaduw in het midden.

2 Is een spleet veel kleiner is dan de golflengte van het licht, dan treedt rondom de spleet nagenoeg volledige buiging op. Omdat de spleet maar klein is, wordt er maar weinig licht doorgelaten.
Volgens het principe van Babinet geeft de buiging rondom een klein voorwerp over een grote breedte een kleine vermindering van de lichtintensiteit. Er treedt dus nauwelijks schaduwvorming op.

Opgave 4

a Voor het verband tussen buigingshoek en golflengte geldt $\sin\alpha = n \cdot \dfrac{\lambda}{d}$ Omdat $|\sin\alpha| \le 1$,moet $\left|n \cdot \dfrac{\lambda}{d}\right| \le 1$ zijn en dus $|n| \le \dfrac{d}{\lambda}$. Uit 500 spleten per mm volgt $d = \dfrac{1 \cdot 10^{-3}}{500} = 2{,}00 \cdot 10^{-6}$ m.

Met λ = 633 nm = $633 \cdot 10^{-9}$ m betekent dat $\dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{2{,}00 \cdot 10^{-6}}{633 \cdot 10^{-9}} = 3{,}16.$ Dus $|n| \le 3{,}16$.

Omdat n een geheel getal is, zijn de mogelijkheden −3,−2,−1,0,1,2,3.
Dus er zijn 7 mogelijkheden.

b Voor het verband tussen afbuigingshoek en golflengte geldt $\sin\alpha = n \cdot \frac{\lambda}{d}$.
Bij de middelste streep hoort *n* = 0. Als *n* = 0, dan is bij elke λ de waarde van sin *α* = 0. Alle kleuren komen op dezelfde plek uit. Dit geeft wit licht.
Als *n* niet gelijk is aan 0 dan hangt de waarde van sin *α* af van de golflengte en dus van de kleur van het licht. Dan komen de verschillende kleuren naast elkaar terecht en zie je rond zo'n plaats een spectrum.

c Voor het verband tussen afbuigingshoek en golflengte geldt $\sin\alpha = n \cdot \frac{\lambda}{d}$. Bij een spectrum zijn de waarden van *n* en *d* constant. De kleinste λ levert de kleinste hoek *α*. Violet heeft de kleinste golflengte, en geeft dus de kleinste afbuigingshoek. Violet ligt dus het dichtst bij de witte streep.

d Voor het verband tussen afbuigingshoek en golflengte geldt $\sin\alpha = n \cdot \frac{\lambda}{d}$. Is de spleetbreedte constant, dan hangt de afbuigingshoek dus af van het product *n·λ*. Volgens BINAS tabel 19A heeft zichtbaar licht een golflengte tussen de 380 nm (randje violet) en 750 nm. Voor *n* = 2 ligt de waarde van *n·λ* dus tussen 760 nm en 1500 nm. Voor *n* = 3 ligt de waarde van *n·λ* tussen 1140 nm en 2250 nm. Het spectrum met *n* = 3 begint dus al voordat het spectrum met *n* = 2 is afgelopen.

e De overlap tussen twee spectra is kleiner als de spectra smal zijn. Dat is bijvoorbeeld het geval als er in negen richtingen maxima optreden in plaats van in zeven (acht richtingen is onmogelijk). Omdat $|n| \leq \frac{d}{\lambda}$, betekent dit dat *d* groter is. Dus de overlap is kleiner als *d* groter is. Bij een grotere *d* is de afstand is tussen twee spleten groter en is het aantal spleten per mm kleiner.

Opgave 5

a In de voorwaartse richting is er geen weglengteverschil tussen de golven uit de spleten 1, 2, 3 en 4. Omdat er geen weglengteverschil is, is het faseverschil gelijk aan 0. Dan interfereren de golven maximaal constructief.

b Het faseverschil tussen golven uit twee naast elkaar gelegen spleten is $\frac{1}{4}$. Dat wil zeggen dat het faseverschil tussen de golf uit spleet 1 en de golf uit spleet 3 gelijk is aan $\frac{1}{2}$. Tussen de golf uit spleet 1 en uit spleet 3 treedt dus maximaal destructieve interferentie op. Evenzo is het faseverschil tussen de golven uit spleet 2 en spleet 4 gelijk aan $\frac{1}{2}$. Ook deze twee golven interfereren maximaal destructief. Dus de vier golven doven elkaar uit en dan blijft er geen licht over.

c Als de golven uit naburige openingen een faseverschil van $\frac{1}{2}$ hebben, dan doven de golven uit opening 1 en 2 elkaar uit, net als de golven uit 3 en 4.
Als de golven uit naburige openingen een faseverschil van $\frac{3}{4}$ hebben, dan hebben de golven uit 1 en 3 een faseverschil van $1\frac{1}{2}$. Ook dan treedt er destructieve interferentie op. Evenzo voor de golven uit 2 en 4. Ook nu is er volledige uitdoving.

d Versterking kan alleen maar optreden als het faseverschil tussen alle openingen geheel is. Dan moet het faseverschil voor golven uit naast elkaar gelegen openingen dus een geheel getal zijn.

e Er is maximale destructieve interferentie als voor een golf een andere te vinden is waarmee het faseverschil gelijk is aan $\frac{1}{2}$. Hoe meer spleten er zijn, hoe meer combinaties er mogelijk zijn die maximale destructieve interferentie geven.

f Bij een tralie met veel spleten zie je voor elke kleur uit het witte licht alleen de maxima, die samen een spectrum vormen. De maxima liggen namelijk voor elke kleur op een iets andere plaats omdat het faseverschil afhankelijk is van de golflengte. Er geldt namelijk $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$.

Gebruik je een plaat met vier spleten dan liggen de maxima voor elke kleur wel op dezelfde plaats. maar op andere plaatsen treedt geen volledige destructieve interferentie op. Je ziet dan allerlei kleuren over elkaar heen, die een witte indruk geven.

13.2 Foto-elektrisch effect

Opgave 6

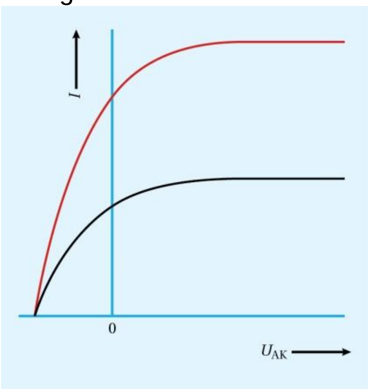
a De atoomsoorten in groep 1 behoren zijn de zeer onedele metalen. Deze atoomsoorten reageren het snelst met andere atoomsoorten waarbij eenwaardige ionen ontstaan. Er is dus weinig energie nodig om een elektron uit deze atomen los te maken. Je mag dan ook verwachten dat de uittree-energie het laagst is.

b In BINAS tabel 24 hebben goud (Au) en zilver (Ag) een uittree-energie van afgerond 4,7 eV. Bij deze energie hoort volgens BINAS tabel 19A een ultraviolette straling.

c Nee. Het foto-elektrisch effect kan alleen optreden als de fotonenergie van de straling groter is dan de uittree-energie. Fotonen van zichtbaar licht heeft een kleinere energie dan 4,7 eV.

Opgave 7

a Zie figuur 13.1.

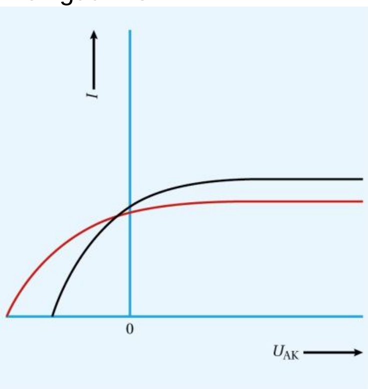


Figuur 13.1

Toelichting

Hetzelfde licht, maar een twee keer zo grote intensiteit betekent dat er twee keer zoveel fotonen per seconde zijn. Als er elektronen worden vrijgemaakt, dan zijn dat er ook twee keer zoveel. De maximale stroomsterkte is dus twee keer zo groot.

b Zie figuur 13.2.



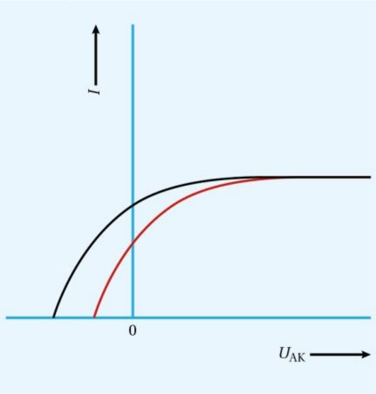
Figuur 13.2

Toelichting

Gebruik je blauw licht in plaats van groene licht, dan is de fotonenergie groter. De vrijgemaakte elektronen hebben dan ook een grotere kinetische energie. Er is dus een grotere remspanning nodig om te voorkomen dat een elektron de anode bereikt.

Een grotere fotonenergie bij dezelfde intensiteit betekent dat minder fotonen per seconde op de fotocel vallen. Er worden dus bij spanning U_{AK} = 0 en groter minder elektronen vrijgemaakt. De maximale stroomsterkte is dus kleiner.

c Zie figuur 13.3.



Figuur 13.3

Toelichting
Een grotere uittree-energie betekent dat er minder kinetische energie overblijft voor een vrijgemaakte elektron. De remspanning is dus kleiner. Het aantal fotonen per seconde is dezelfde waardoor de maximale stroomsterkte dezelfde is. De hele grafiek verschuift naar rechts.

Opgave 8

a Bij bestralen van het plaatje zink met ultraviolet licht treedt het foto-elektrisch effect op. Hierbij verlaten elektronen het metaal.
Bij het bestralen wordt de uitslag van de elektroscoop kleiner, en dus neemt de lading op het plaatje zink af. Omdat tijdens het bestralen negatief geladen deeltjes het plaatje verlaten, was het plaatje negatief geladen.

b In BINAS tabel 24 staat dat de grensfrequentie van zink (Zn) gelijk is aan $1{,}03 \cdot 10^{15}$ Hz. Deze frequentie hoort bij ultraviolet licht. Kunstlicht geeft geen ultraviolet licht omdat je bij kunstlicht niet bruin kunt worden.

c De maximale snelheid van een elektron bereken je de formule voor de kinetische energie.
De kinetische energie volgt uit de fotonenergie en de uittree-energie.
De fotonenergie van het invallende foton bereken je met de formule voor fotonenergie.

$$E_\mathrm{f} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ m/s (Zie BINAS tabel 7)
$\lambda = 250$ nm $= 250 \cdot 10^{-9}$ m

$$E_\mathrm{f} = \frac{6{,}62606957 \cdot 10^{-34} \times 2{,}99792458 \cdot 10^{8}}{250 \cdot 10^{-9}}$$

$E_\mathrm{f} = 7{,}9456 \cdot 10^{-19}$ J

$E_\mathrm{k} = E_\mathrm{f} - E_\mathrm{u}$
$E_\mathrm{u} = 4{,}27$ eV $= 4{,}27 \times 1{,}6021 \cdot 10^{-19} = 6{,}8409 \cdot 10^{-19}$ J (Zie BINAS tabel 24)
$E_\mathrm{k} = 7{,}9456 \cdot 10^{-19}$ J $- 6{,}8409 \cdot 10^{-19}$ J $= 1{,}1046 \cdot 10^{-19}$ J

$$E_\mathrm{k} = \tfrac{1}{2} m \cdot v^2$$

$m = 9{,}1093 \cdot 10^{-31}$ kg (Zie BINAS tabel 7)

$$1{,}1046 \cdot 10^{-19} = \tfrac{1}{2} \times 9{,}1093 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$$

$v = 4{,}9247 \cdot 10^{5}$ m/s
Afgerond: $v = 4{,}92 \cdot 10^{5}$ m/s

Opgave 9

a De golflengte van het licht bereken je met de formule voor de fotonenergie.
De fotonenergie volgt uit de kinetische energie en een uittree-energie.
De kinetische energie bereken je met de remspanning. Bij de remspanning is de maximale kinetische energie van de snelste elektronen omgezet in elektrische energie.

$E_k = q \cdot U$
$q = e$
$U = U_{rem} = 0{,}75$ V
$E_k = e \cdot 0{,}75$
$E_k = 0{,}75$ eV.

$E_k = E_f - E_u$
$E_u = 2{,}257$ eV (Zie BINAS tabel 24)
$0{,}75 = E_f - 2{,}25$
$E_f = 3{,}00$ eV

$$E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$E_f = 3{,}00$ eV $= 3{,}00 \times 1{,}6021 \cdot 10^{-19} = 4{,}8063 \cdot 10^{-19}$ J
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ m/s (Zie BINAS tabel 7)

$$4{,}8063 \cdot 10^{-19} = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34} \times 2{,}9979 \cdot 10^{8}}{\lambda}$$

$\lambda = 4{,}1329 \cdot 10^{-7}$ m
Afgerond: $\lambda = 4{,}1 \cdot 10^{-7}$ m

b In figuur 13.19 zie je dat de maximale stroomsterkte gelijk is aan 90 µA. Dan komen blijkbaar alle elektronen op de anode terecht. Een stroomsterkte van 90 µA betekent 90 µC per seconde. De lading van een elektron is $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

Er komen dus maximaal $\dfrac{90 \cdot 10^{-6}}{1{,}6021 \cdot 10^{-19}} = 5{,}6176 \cdot 10^{14}$ elektronen per seconde op de anode terecht.
Dan worden $5{,}6176 \cdot 10^{14}$ elektronen per seconde uit de kathode vrijgemaakt.
Afgerond: $5{,}6 \cdot 10^{14}$

c Het percentage bereken je met de verhouding tussen het aantal elektronen dat per seconde wordt vrijgemaakt en het aantal elektronen dat maximaal vrijgemaakt kan worden uit de kathode.
Het aantal elektronen dat maximaal vrijgemaakt kan worden volgt uit het aantal fotonen dat per seconde op de kathode valt.
Het aantal fotonen dat per seconde bereken je met fotonenergie en de totale energie die per seconde op de kathode valt.
De totale energie per seconde volgt uit het totale vermogen dat op de kathode valt.
Het totale vermogen bereken je met de intensiteit en de oppervlakte van de kathode.

$P_{tot} = I \cdot A$
$I = 6{,}0\ W/m^2$
$A = 3{,}5\ cm^2 = 3{,}5 \cdot 10^{-4}\ m^2$
$P_{tot} = 6{,}0 \times 3{,}5 \cdot 10^{-4} = 2{,}1 \cdot 10^{-3}\ W$

Dus de totale energie die per seconde op de kathode valt is gelijk aan $2{,}1 \cdot 10^{-3}$ J.
$E_f = 4{,}8063 \cdot 10^{-19}$ J (Zie vraag 9a)
Er vallen dus per seconde $\frac{2{,}1 \cdot 10^{-3}}{4{,}8063 \cdot 10^{-19}} = 4{,}369 \cdot 10^{15}$ fotonen op de kathode.

Er kunnen dus maximaal $4{,}369 \cdot 10^{15}$ elektronen per seconden worden vrijgemaakt.
Volgens vraag 9b worden er per seconde $5{,}6 \cdot 10^{14}$ elektronen vrijgemaakt.
Dus het percentage is $\frac{5{,}6 \cdot 10^{14}}{4{,}369 \cdot 10^{15}} \cdot 100\% = 12{,}8\%$.
Afgerond: 13 %

d De fotonenergie wordt omgezet in warmte.

Opgave 10

a Voor de buigingshoek geldt $\sin\alpha = n \cdot \frac{\lambda}{d}$ met $c = f \cdot \lambda$. Omdat c een constante is hoort bij een grotere frequentie een kleinere golflengte. Omdat d een constante is, betekent een kleinere golflengte een kleinere buigingshoek. Voor een kleinere buigingshoek draai je de schijf tegen de wijzers van de klok in.

b Voor de kinetische energie van een vrijkomend elektron geldt $E_k = E_f - E_u$.
Voor de foton energie geldt $E_f = h \cdot f$.
Het verband tussen uittree-energie en grensfrequentie wordt gegeven door $E_u = h \cdot f_{grens}$.
Bij de remspanning bereikt geen van de elektronen de anode. Alle kinetische energie wordt dan omgezet in elektrische energie. Er geldt dan dat $E_k = E_{el} = q \cdot U = e \cdot U_{rem}$.
Het invullen van de uitdrukkingen voor de verschillende energieën geeft dan
$e \cdot U_{rem} = h \cdot f - h \cdot f_{grens}$

c Figuur 13.21 geeft een verband tussen U_{rem} en f. Door in de formule voor de remspanning alle termen te delen door e ontstaat $U_{rem} = \frac{h \cdot f}{e} - \frac{h \cdot f_{grens}}{e} = \frac{h}{e} \cdot f - \frac{h}{e} \cdot f_{grens}$

Dus de grafiek in een (U_{rem},f)-diagram is een rechte lijn met steilheid $\frac{h}{e}$.

De steilheid van de grafiek is $\frac{\Delta U_{rem}}{\Delta f} = \frac{0{,}94 - 0}{7 \cdot 10^{14} - 4{,}7 \cdot 10^{14}} = \frac{0{,}94}{2{,}3 \cdot 10^{14}} = 4{,}086 \cdot 10^{-15}$ V s.

$\frac{h}{e} = 4{,}086 \cdot 10^{-15}$
$e = 1{,}6021 \cdot 10^{-19}$ C
$h = 6{,}5477 \cdot 10^{-34}$
Afgerond: $6{,}5 \cdot 10^{-34}$ J s

d De formule $e \cdot U_{rem} = h \cdot f - h \cdot f_{grens}$ volgt dat bij remspanning $U_{rem} = 0$ de frequentie $f = f_{grens}$.
Bij $U_{rem} = 0$ lees je af $f = f_{grens} = 4{,}7 \cdot 10^{15}$ Hz. Volgens BINAS tabel 24 is dit de grensfrequentie van cesium.

13.3 Golf-deeltjes dualiteit

Opgave 11
De golflengte bereken je steeds met de formule van De Broglie.
De impuls bereken je met de formule voor impuls.

a $p = m \cdot v$
m = 75 kg
$v = 5{,}0 \text{ km/h} = \dfrac{5{,}0}{3{,}6} = 1{,}389 \text{ m/s}$
$p = 75 \times 1{,}389 = 104{,}17 \text{ kg m s}^{-1}$

$\lambda = \dfrac{h}{p}$
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$\lambda = \dfrac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{104{,}17} = 6{,}3607 \cdot 10^{-36}$ m
Afgerond: $\lambda = 6{,}4 \cdot 10^{-36}$ m

b $p = m \cdot v$
$m = 32 \text{ u} = 32 \times 1{,}660538921 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 5{,}3137 \cdot 10^{-26}$ kg
v = 480 m/s
$p = 5{,}3137 \cdot 10^{-26} \times 480 = 2{,}5505 \cdot 10^{-23}$

$\lambda = \dfrac{h}{p}$
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$\lambda = \dfrac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{2{,}5505 \cdot 10^{-23}} = 2{,}5978 \cdot 10^{-11}$ m
Afgerond: $\lambda = 2{,}6 \cdot 10^{-11}$ m

c $p = m \cdot v$
$m = m_e = 9{,}1093 \cdot 10^{-31}$ kg (Zie BINAS tabel 7)
$v = 1{,}2 \cdot 10^{6}$ m/s
$p = 9{,}1093 \cdot 10^{-31} \times 1{,}2 \cdot 10^{6} = 1{,}0931 \cdot 10^{-24}$

$\lambda = \dfrac{h}{p}$
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$\lambda = \dfrac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{1{,}0931 \cdot 10^{-24}} = 6{,}0615 \cdot 10^{-10}$ m
Afgerond: $\lambda = 6{,}1 \cdot 10^{-10}$ m

Opgave 12

a De formule van De Broglie luidt $\lambda = \dfrac{h}{p}$.

Voor de golflengte van een foton geldt $c = f \cdot \lambda$. Hieruit volgt $\lambda = \dfrac{c}{f}$.

Invullen levert $\dfrac{c}{f} = \dfrac{h}{p}$

Dus geldt $p = \dfrac{h \cdot f}{c}$.

Combineer je deze formule met de formule van Planck $E = h \cdot f$ dan ontstaat $p = \dfrac{E}{c}$.

b De impuls bereken je met de formule van De Broglie.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

λ = 380 nm = $380 \cdot 10^{-9}$ m
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)

$$380 \cdot 10^{-9} = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{p}$$

$p = 1{,}7436 \cdot 10^{-27}$
Afgerond: $1{,}74 \cdot 10^{-27}$ kg m/s

c De impuls bereken je met de formule voor impuls.

$p = m \cdot v$.
$p = 1{,}74 \cdot 10^{-27}$ kg m/s (Zie vraag 12b)
$m = m_e = 9{,}1091 \cdot 10^{-31}$ kg (Zie BINAS tabel 7)
$1{,}74 \cdot 10^{-27} = 9{,}1091 \cdot 10^{-31} \cdot v$
$v = 1{,}910 \cdot 10^{3}$ m/s.
Afgerond $1{,}91 \cdot 10^{3}$ m/s

Opgave 13

a Bij de botsing krijgt het elektron snelheid en dus kinetische energie. Vanwege de wet van behoud van energie is de energie van het teruggekaatste foton kleiner dan de energie van het foton dat op het elektron botst.

Voor de energie van een foton geldt $E_f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$. Omdat h en c constanten zijn, is de golflengte groter als de fotonenergie kleiner is.

b Deze vraag kan op twee manieren worden opgelost: behoud van energie of behoud van impuls.

Methode 1: Behoud van energie.
De golflengte van het bewegende elektron bereken je met de formule van De Broglie.
De impuls van het elektron bereken je met de formule voor impuls.
De snelheid van het elektron bereken je met de formule voor de kinetische energie.
De kinetische energie bereken je met de wet van behoud van energie.
De fotonenergie bereken je met de formule voor de fotonenergie.

$$E_{\mathrm{f}}=\frac{h\cdot c}{\lambda}$$

h = 6,6260 ·10^{-34} (Zie BINAS tabel 7)
c = 2,9979·10^{8} m/s (Zie BINAS tabel 7)
λ_{voor} = 1,195 nm = 1,195·10^{-9} m

$$E_{\mathrm{f,voor}}=\frac{6{,}6260\cdot10^{-34}\times2{,}9979\cdot10^{8}}{1{,}195\cdot10^{-9}}=1{,}66226\cdot10^{-16}\ \mathrm{J}$$

λ_{na} = 1,200 nm = 1,200·10^{-9} m

$$E_{\mathrm{f,na}}=\frac{6{,}6260\cdot10^{-34}\times2{,}9979\cdot10^{8}}{1{,}200\cdot10^{-9}}=1{,}65534\cdot10^{-16}\ \mathrm{J}$$

$E_{\mathrm{f,voor}} = E_{\mathrm{f,na}} + E_{\mathrm{k}}$
1,6622·10^{-16} J = 1,6553·10^{-16} J + E_{k}
E_{k} = 6,92·10^{-19} J

$$E_{\mathrm{k}}=\tfrac{1}{2}m\cdot v^{2}$$

$m = m_{\mathrm{e}}$ = 9,1093·10^{-31} (Zie BINAS tabel 7)

$$6{,}92\cdot10^{-19}=\tfrac{1}{2}\times9{,}1093\cdot10^{-31}\cdot v^{2}$$

v = 1,232·10^{6} m/s

$p = m \cdot v$
p = 9,1093 ·10^{-31} × 1,232·10^{6}
p = 1,122·10^{-24} kg m s^{-1}

$$\lambda=\frac{6{,}6260\cdot10^{-34}}{1{,}122\cdot10^{-24}}=5{,}901\cdot10^{-10}$$

Afgerond: λ = 6·10^{-10} m

Methode 2: Behoud van impuls.

$p_{voor} = p_{na}$ ➔ $p_{foton,voor} = p_{elektron,na} - p_{foton,na}$ ➔ $p_{elektron,na} = p_{foton,voor} + p_{foton,na}$ ➔
En gebruik van $p_{foton} = \frac{E}{c}$ geeft

$p_{foton,voor} = \frac{1{,}66226\cdot10^{-16}}{2{,}998\cdot10^{8}} = 5{,}5444\cdot10^{-25}$ kgms^{-1}
$p_{foton,na} = \frac{1{,}65534\cdot10^{-16}}{2{,}998\cdot10^{8}} = 5{,}5215\cdot10^{-25}$ kgms^{-1}

Dus $p_{elektron,na} = 5{,}5444\cdot10^{-25} + 5{,}5215\cdot10^{-25} = 1{,}1066\cdot10^{-24}$ kgms^{-1}
En $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}626\cdot10^{-34}}{1{,}1066\cdot10^{-24}} = 5{,}988\cdot10^{-10} \approx 6\cdot10^{-10}$ m

c De impuls van een foton bereken je met de formule van De Broglie.

$\lambda = \frac{h}{p}$

λ_{voor} = 1,195 nm = 1,195·10^{-9} m
h = 6,6260·10^{-34} (Zie BINAS tabel 7)

$1{,}195 \cdot 10^{-9} = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{p}$

$p_{foton,\,voor}$ = 5,54476·10^{-25} kg m s^{-1}

λ_{na} = 1,200 nm = 1,200·10^{-9} m
h = 6,6260·10^{-34} (Zie BINAS tabel 7)

$1{,}200 \cdot 10^{-9} = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{p}$

$p_{foton,\,na}$ = 5,52166·10^{-25} kg m s^{-1}

$\vec{p}_{foton,voor} = \vec{p}_{foton,na} + \vec{p}_{elektron}$

Impuls is een vector. De richting van de snelheid van het teruggekaatste foton na de botsing is tegenovergesteld is aan die van het foton voor de botsing. Bij een frontale botsing is de richting van de snelheid van het elektron is gelijk aan die van het foton dat botst.
$p_{foton,\,voor}$ = 5,54476·10^{-25} kg m s^{-1}
$p_{foton,\,na}$ = −5,52166·10^{-25} kg m s^{-1}
5,5447·10^{-25} = −5,52166·10^{-25} + $p_{elektron}$
$p_{elektron}$ = 1,104·10^{-24} kg m s^{-1}
Volgens de berekening in vraag 13b geldt $p_{elektron}$ = 1,12·10^{-24} kg m s^{-1}.
Dus de wet van behoud van impuls geldt ook voor deze situatie.

Opgave 14

a De spanning tussen de kathode en de anode bereken je met de formule voor de elektrische energie.
Bij het versnellen van het elektron wordt elektrische energie omgezet in kinetische energie.
De elektrische energie volgt dus uit de kinetische energie.
De kinetische energie bereken je met de formule voor kinetische energie.

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$m = m_e$ = 9,1093 ·10^{-31} (Zie BINAS tabel 7)

$E_k = \frac{1}{2} \times 9{,}1093 \cdot 10^{-31} \times \left(3{,}75 \cdot 10^{6}\right)^2$

E_k = 6,4049·10^{-18} J

$E_{el} = q \cdot U$
$E_{el} = E_k$ = 6,4049·10^{-18} J
q = 1,6021·10^{-19} C (Zie BINAS tabel 7)
6,4049·10^{-18} J = 1,6021·10^{-19} × U
U = 39,978 V
Afgerond: U = 40,0 V

b De golflengte bereken je met de formule van De Broglie.
De impuls bereken je met de formule voor impuls.

$p = m \cdot v$
$m = m_e = 9{,}1093 \cdot 10^{-31}$ kg
$p = 9{,}1093 \cdot 10^{-31} \times 3{,}75 \cdot 10^{6}$
$p = 3{,}4159 \cdot 10^{-24}$ kg m s^{-1}

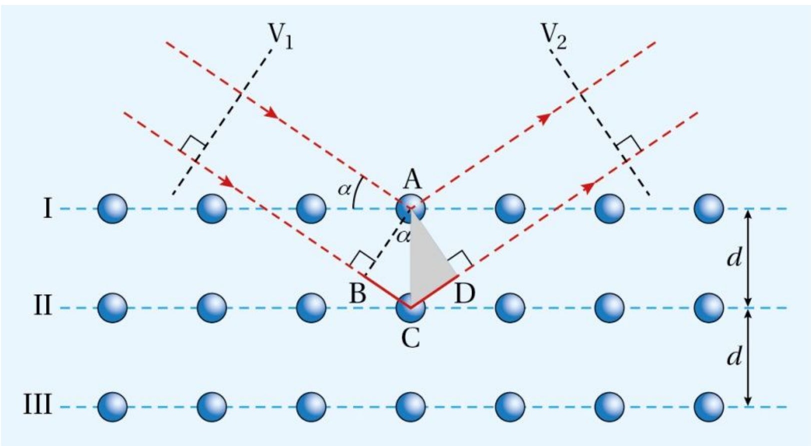
$\lambda = \dfrac{h}{p}$
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$\lambda = \dfrac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{3{,}4159 \cdot 10^{-24}}$
$\lambda = 1{,}9397 \cdot 10^{-10}$ m
Afgerond: $\lambda = 1{,}94 \cdot 10^{-10}$ m

c Is de spleet kleiner dan de golflengte van het licht, dan treedt voorbij de spleet buiging op. Het licht gaat voorbij de spleet alle richtingen uit. Dan is de plaats van de voorwerpen die de spleet begrenzen niet duidelijk.

d Aan het antwoord bij vraag 14b zie je dat de golflengte van de elektronen veel kleiner dan die van licht. Nu treedt pas buiging op bij veel kleinere spleten en voorwerpen.

Opgave 15

a Het weglengteverschil Δx tussen de golf die op laag I reflecteert en die op laag II reflecteert is in figuur 13.4 aangegeven in rood. Dus Δx = BC + CD waarbij BC = CD.
In rechthoekige driehoek ABC is de tophoek gelijk aan hoek α.
Er geldt dus $\sin\alpha = \dfrac{\mathrm{BC}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{\mathrm{BC}}{d}$. Hieruit volgt $d \cdot \sin\alpha = \mathrm{BC}$.
Dus het weglengteverschil Δx = BC + CD = $2d \cdot \sin\alpha$.
Versterking treedt op als het faseverschil een geheel getal is oftewel $\Delta\varphi = n$.
Voor het faseverschil geldt $\Delta\varphi = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$. Dus $n = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$ met $\Delta x = 2d \cdot \sin\alpha$.
Hieruit volgt $2d \cdot \sin\alpha = n \cdot \lambda$.



Figuur 13.4

b De afstand tussen twee lagen bereken je met de gegeven formule.
De golflengte bereken je met de formule van De Broglie.
De impuls bereken je met de formule voor de impuls.
De snelheid bereken je met formule voor de kinetische energie.
Bij het versnellen van het elektron wordt elektrische energie omgezet in kinetische energie.
De kinetische energie volgt dus uit de elektrische energie.
De elektrische energie bereken je met de formule voor elektrische energie.

$E_{el} = q \cdot U$
$q = 1{,}6021 \cdot 10^{-19}$ C
$U = 100$ V
$E_{el} = 1{,}6021 \cdot 10^{-19} \times 100$
$E_{el} = 1{,}6021 \cdot 10^{-17}$ J

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
$m = m_e = 9{,}1093 \cdot 10^{-31}$ (Zie BINAS tabel 7)
$1{,}6021 \cdot 10^{-17} = \frac{1}{2} \times 9{,}1093 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$
$v = 5{,}93085 \cdot 10^{6}$ m/s

$p = m \cdot v$
$p = 9{,}1093 \cdot 10^{-31} \times 5{,}93085 \cdot 10^{6}$
$p = 5{,}402 \cdot 10^{-24}$ kg m s^{-1}

$\lambda = \frac{h}{p}$
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$\lambda = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{5{,}402 \cdot 10^{-25}} =$
$\lambda = 1{,}2264 \cdot 10^{-10}$ m

$2d \cdot \sin\alpha = n \cdot \lambda$
$\alpha = 12{,}6°$
$n = 1$
$2d \cdot \sin(12{,}6) = 1 \times 1{,}2264 \cdot 10^{-10}$
$d = 2{,}811 \cdot 10^{-10}$ m
Afgerond: $d = 2{,}81 \cdot 10^{-10}$ m

13.4 Opgesloten quantumdeeltjes

Opgave 16

a Voor de impuls geldt $\lambda = \frac{h}{p}$ waarbij λ voldoet aan $L = n \cdot \frac{1}{2}\lambda$.

Uit de tweede vergelijking volgt $\lambda = \frac{2L}{n}$.

Na invullen in de eerste vergelijking ontstaat $\frac{h}{p} = \frac{2L}{n}$.

Hieruit volgt $p = n \cdot \frac{h}{2L}$.

b Voor de kinetische energie geldt $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ en voor de impuls *p* = *m* · *v.*

Uit de tweede vergelijking volgt $v = \frac{p}{m}$.

Na invullen in de eerste vergelijking ontstaat $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{p}{m}\right)^2 = \frac{p^2}{2m}$.

Combineer je dit met $p = n \cdot \frac{h}{2L}$ dan ontstaat $E_\mathrm{k} = \frac{1}{2m}\left(n \cdot \frac{h}{2L}\right)^2 = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$.

Opgave 17

a De energieën bereken je met de formule voor de energie van een deeltje in een doos.

$$E_\mathrm{n} = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$$

Je moet dus laten zien dat $\frac{h^2}{8mL^2} = 3{,}39\ \mathrm{eV}$

h = 6,6260·10^{-34} (Zie BINAS tabel 7)
L=3,33·10^{-10} m
m = m_e = 9,1093·10^{-31} kg (Zie BINAS tabel 7)

$$\frac{h^2}{8mL^2} = \frac{\left(6{,}6260 \cdot 10^{-34}\right)^2}{8 \times 9{,}1093 \cdot 10^{-31} \times \left(3{,}33 \cdot 10^{-10}\right)^2} = 5{,}4329 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} = \frac{5{,}4329 \cdot 10^{-19}}{1{,}6021 \cdot 10^{-19}} = 3{,}39\ \mathrm{eV}$$

Dus $E_\mathrm{n} = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2} = n^2 \cdot 3{,}39\ \mathrm{eV}$

b Voor de energie van het foton bij overgang van *n* = 2 naar *n* = 1 geldt $E_2 - E_1$.

Voor het model van het deeltje in een doos geldt $E_\mathrm{n} = n^2 \cdot 3{,}39$ eV.
$E_2 - E_1 = 2^2 \times 3{,}39 - 1^2 \times 3{,}39 = 10{,}2$ eV

Voor de energieën van het waterstofatoom geldt $E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$.

$E_2 - E_1 = E_2 - E_1 = -\frac{13{,}6}{2^2} - \left(-\frac{13{,}6}{1^2}\right) = 10{,}2\ \mathrm{eV}$

c De energieën van een deeltje in een doos bereken je met $E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$.

De massa van proton is 1,007 u en die van een elektron 5,485·10^{-4} u. De massa van een proton is dus ongeveer 1,8·10^3 keer zo groot als de massa van een elektron. De afmeting *L* van de doos is echter 10^4 keer zo klein.

De waarde van 8*m* · *L*^{2} verandert voor het proton in de atoomkern met $1{,}8 \cdot 10^3 \times \left(10^{-4}\right)^2 = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$

. Omdat *h* een constante is verandert de waarde van $\frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ met een factor $\frac{1}{1{,}8 \cdot 10^{-5}} = 5{,}5 \cdot 10^4$.

De orde van grootte is dus 10^5 eV.

Opgave 18

a Volgens BINAS tabel 21A is de fotonenergie minimaal 10,2 eV en maximaal 13,6 eV. Volgens BINAS tabel 19A zijn dit fotonen voor uv-straling.

b De energieën van het waterstofatoom bereken je met $E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$.

Voor overgangen van niveau *n* = 10 naar *n* = 2 geldt dus

$$\Delta E = -\frac{13{,}6}{10^2} - \left(-\frac{13{,}6}{2^2}\right)$$

Δ*E* = 3,264 eV

Volgens BINAS tabel 19A valt deze lijn (net) buiten het zichtbare spectrum.
BINAS tabel 20 laat lijnen zien in het zichtbare gebied. Dus de lijn die hoort bij de overgang van *n* = 10 naar *n* = 2 kun je niet zien in een spectrum van tabel 20.

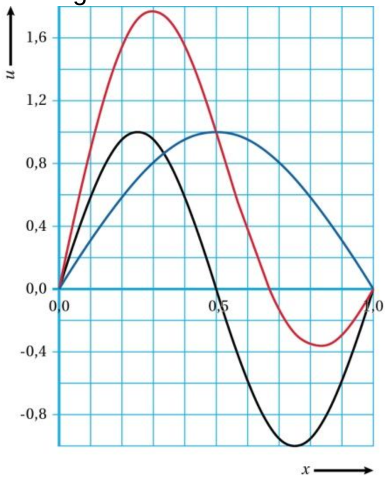
c Het maximale energieverschil dat realiseerbaar is bij overgangen binnen het waterstofatoom is 13,6 eV. Deze energie hoort bij fotonen van ultraviolette straling.
Voor röntgenstraling is een grotere fotonenergie nodig.

d Als het waterstofatoom een röntgenfoton absorbeert, ontvangt het elektron meer dan 13,6 eV aan energie. Het waterstofatoom raakt daardoor geïoniseerd. Het elektron is dan niet meer gebonden aan het waterstofatoom.

Opgave 19

a De kans om een deeltje ergens aan te treffen hangt af van de amplitude van de golf.
In figuur 13.32 is de uitwijking maximaal en dus voor elke plaats gelijk aan de amplitude.
De grafiek in figuur 13.32a is symmetrisch rond *x* = 0,5. Voor elke plaats links van *x* = 0,5 is rechts ervan een plaats rechts met dezelfde amplitude aan te wijzen. Dus is de kans om het deeltje links aan te treffen van het midden even groot als recht van het midden.
Ook in figuur 13.32b is de amplitude symmetrisch. De uitwijking rechts van het midden is weliswaar negatief, maar hier hoort een positieve amplitude met dezelfde waarschijnlijkheidsverdeling als links van het midden bij. Ook nu is de kans om het deeltje links aan te treffen van het midden even groot als recht van het midden.

b Zie de rode lijn in figuur 13.5. De blauwe en zwarte lijn zijn de oorspronkelijke grafieklijnen in figuur 13.32 van het basisboek.



Figuur 13.5

c Links van het midden zijn de uitwijkingen van de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand beide positief. Hier treedt constructieve interferentie op, en wordt de amplitude groter. Rechts van het midden zijn de uitwijkingen van de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand tegengesteld. Hierdoor wordt de amplitude rechts van het midden kleiner. Omdat de amplitude een maat geeft voor de waarschijnlijkheidsverdeling, is de kans om het deeltje links aan te treffen groter, en rechts kleiner.

d Voorde trillingstijd geldt $f = \frac{1}{T}$ waarbij de frequentie volgt uit de energie $E = h \cdot f$.

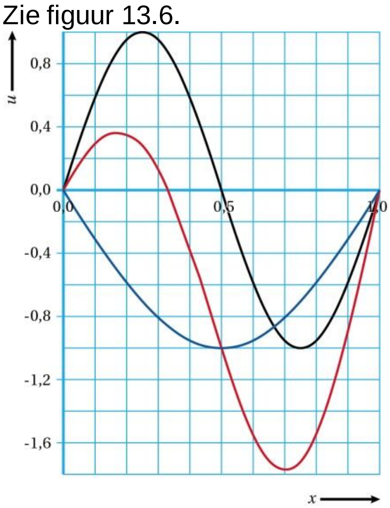
Voor de energie van het deeltje in een doos geldt $E_{\text{n}} = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$.

Als *n* twee keer zo groot wordt, wordt *E* dus 4 keer zo groot omdat *h* een constante is en de afmeting van het doosje en de massa van het deeltje niet veranderen. *E* is recht evenredig met *f*. Dus wordt *f* ook 4 keer zo groot. Volgens $f = \frac{1}{T}$ wordt *T* wordt 4 keer zo klein.

De trillingstijd voor de staande golf met $n = 1$ is dus 4 keer zo groot als die voor $n = 2$.

e Als de stand voor de golf met $n = 1$ een dal is in plaats van een berg is er een halve periode verstreken. De trillingstijd voor $n = 2$ is 4 keer zo klein, dus voor deze golf zijn er 2 periodes verstreken. Als er een geheel aantal periodes verstreken is, is de stand van de golf met $n = 2$ op tijdstip *t* identiek als die op $t = 0$.

f Zie figuur 13.6.



Figuur 13.6

g Bij vraag 19c was de kans om het deeltje links van het midden aan te treffen groter dan rechts. Uit de grafiek van vraag 19f blijkt dat even later de kans groter is om het deeltje rechts van het midden aan te treffen. Hieruit blijkt dat het deeltje van links naar rechts (en weer terug) beweegt. Dit komt overeen met een lopende golf.

Opgave 20

a Uit figuur 13.33 blijkt dat de potentiële energie van het quantumdeeltje groter of gelijk aan nul is. Ook de kinetische energie is groter of gelijk aan nul. De enige manier waarop de totale energie nul kan zijn is als zowel kinetische energie als potentiële energie tegelijk nul zijn.
Uit figuur 13.33 volgt dat $E_{pot} = 0$ als $u = 0$. Dus moet de golflengte dan ook nul zijn. Maar volgens $\lambda = \frac{h}{p}$ hoort bij $\lambda = 0$ een oneindig grote waarde voor de impuls p en dus een oneindig grote snelheid en dus een oneindig grote kinetische energie. De totale energie is dus nooit gelijk aan nul, maar altijd groter.

b Bij de aangeslagen toestanden is de golflengte kleiner. Omdat $\lambda = \frac{h}{p}$ zijn de impuls, de snelheid en de kinetische energie groter. Dus is de totale energie groter. Als de totale energie groter wordt, neemt de bewegingsruimte van het deeltje toe. Hoe groot die toename is, hangt van het systeem af.
Bij het deeltje in een doos is de bewegingsruimte steeds hetzelfde. De potentiële energie is dus steeds hetzelfde.
Bij de harmonische trilling loopt de grafiek voor de potentiële energie steeds steiler. Vergelijkbaar met figuur 13.33 van het basisboek. De toename van de bewegingsruimte is kleiner, dan de toename van de potentiële energie.
Bij het waterstofatoom loopt de grafiek voor de potentiële energie steeds minder steil. Zie figuur 13.30 van het basisboek. De toename van de bewegingsruimte is groter, dan de toename van de potentiële energie. Uiteindelijk kan het deeltje zelfs een willekeurig grote ruimte bestrijken.
Hoeveel golflengtes er in de bewegingsruimte passen hangt dus af van de mate waarin de potentiële energie toeneemt.

13.5 Tunneleffect

Opgave 21

a De energie van het deeltje in een doos bereken je met de formule voor de energie van een deeltje in een doos.

$$E_n = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$$

n = 1
h = 6,6260·10^{-34} (Zie BINAS tabel 7)
$m = m_e$ = 9,1093·10^{-31} kg (Zie BINAS tabel 7)
. L= 5,0·10^{-9} m

$$E_1 = 1^2 \cdot \frac{(6,6260 \cdot 10^{-34})^2}{8 \times 9,1093 \cdot 10^{-31} \times (5,0 \cdot 10^{-9})^2}$$

E_1 = 2,4098·10^{-21} J

Dit komt overeen met $\frac{2,4098 \cdot 10^{-21}}{1,6021 \cdot 10^{-19}} = 0,01504$ eV

Afgerond is dit 15 meV

b De snelheid bereken je met de formule voor de impuls.
De impuls bereken je met de formule van De Broglie.
De golflengte bereken je met de voorwaarde voor een staande golf met twee vaste uiteinden.

$$L = n \cdot \tfrac{1}{2}\lambda$$

L = 5,0·10^{-9} m
n = 1

$$5,0 \cdot 10^{-9} = 1 \times \tfrac{1}{2}\lambda$$

λ = 1,0·10^{-8} m

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

h = 6,6260·10^{-34} (Zie BINAS tabel 7)

$$1,0 \cdot 10^{-10} = \frac{6,6260 \cdot 10^{-34}}{p}$$

p = 6,6260·10^{-26} kg m s^{-1}

$p = m \cdot v$
$m = m_e$ = 9,1093·10^{-31} kg (Zie BINAS tabel 7)
6,6260·10^{-26} = 9,1093·10^{-31} · v
v = 7,2738·10^{4} m/s
Afgerond: 7,3·10^{4} m/s

c Hoe vaak het elektron in een milliseconde tegen de wanden botst bereken je met de tijd, die het kost om het doosje over te steken.
De oversteektijd bereken je met de formule voor de snelheid.

$s = v \cdot t$
$s = 5{,}0 \cdot 10^{-9}$ m
$v = 7{,}3 \cdot 10^{4}$ m/s
$5{,}0 \cdot 10^{-9} = 7{,}3 \cdot 10^{4} \cdot t$
$t = 6{,}849 \cdot 10^{-14}$ s

Het elektron botst dus elke $6{,}849 \cdot 10^{-14}$ s. Dit zijn $\frac{1}{6{,}849 \cdot 10^{-14}} = 1{,}46 \cdot 10^{13}$ botsingen per seconde, oftewel 15 miljard botsingen per milliseconde.
Met een kans van 1 op 1 miljard is de kans zeer klein dat het deeltje na 15 miljard botsingen nog in het doosje zit.

d Bij een aangeslagen toestand hoort een grotere energie. Een deeltje dat tussen de wanden van een doos beweegt heeft alleen maar kinetische energie. Dus is de kinetische energie in een aangeslagen toestand groter. Dit betekent dat de snelheid in een aangeslagen toestand groter is.

e In een aangeslagen toestand is de energie groter dan 15 meV. De energie van de barrière blijft 15 eV. Het verschil tussen de energie in de aangeslagen toestand en de hoogte van de barrière is dus kleiner. De kans om te tunnelen is dan groter.

f Als de barrières verder uit elkaar staan, is de tijd die een elektron nodig heeft om over te steken ook groter. Er zijn dus minder botsingen met de wand.
Bovendien geldt $E_{\text{n}} = n^2 \cdot \frac{h^2}{8m \cdot L^2}$. Omdat *h* en *m* dezelfde waarden houden, is de energie in de grondtoestand omgekeerd evenredig met L^2. Hoe groter het doosje, des te kleiner is de energie van het deeltje. Het verschil tussen de energie van het systeem en de hoogte van de barrière is dan groter. De kans om uit het doosje te tunnelen is dan kleiner.

Opgave 22

a Een deeltje met een energie van 10 MeV bevindt volgens figuur 13.40 buiten de barrière bij $x < 1 \cdot 10^{-10}$ m en bij $x > 4 \cdot 10^{-10}$ m. Zo'n deeltje moet dus over een afstand van $3 \cdot 10^{-10}$ m tunnelen.
Een deeltje met een energie van 5 MeV bevindt volgens figuur 13.40 buiten de barrière bij $x < 1 \cdot 10^{-10}$ m en bij $x > 8{,}5 \cdot 10^{-10}$ m. Het deeltje moet dus over een afstand van $7{,}5 \cdot 10^{-10}$ m tunnelen.
Dus een deeltje van 5 MeV moet over een veel grotere afstand tunnelen.

b De kans om het deeltje achter een barrière met dikte *d* aan te treffen is een miljard keer zo klein als voor de barrière. Er geldt dus $I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{\frac{1}{2}}}} = I_0 \cdot 10^{-9}$.

Voor een barrière met dikte 2*d* geldt dan $I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2d}{d_{\frac{1}{2}}}} = I_0 \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{d}{d_{\frac{1}{2}}}}\right)^2 = I_0 \cdot \left(10^{-9}\right)^2 = I_0 \cdot 10^{-18}$.

Dit geeft een kans van 1 op 10^{18}. Dus een miljard keer zo klein als bij dikte *d*.

Opgave 23

a $\left[\dfrac{h}{\sqrt{2m\cdot\Delta E}}\right]=\dfrac{[h]}{\sqrt{[m]\cdot[E]}}$

[h] = J s
[m] = kg
[E] = J

$\left[\dfrac{h}{\sqrt{2m\cdot\Delta E}}\right]=\dfrac{\text{J}\cdot\text{s}}{\sqrt{\text{kg}\cdot\text{J}}}=\text{s}\cdot\sqrt{\dfrac{\text{J}}{\text{kg}}}$

Verder geldt J = N m = (kg m s^{-2}) · m = kg m^2 s^{-2}.

Dus $\left[\dfrac{h}{\sqrt{2m\Delta E}}\right]=\text{s}\cdot\sqrt{\dfrac{\text{J}}{\text{kg}}}=\text{s}\cdot\sqrt{\dfrac{\text{kg}\,\text{m}^2\,\text{s}^{-2}}{\text{kg}}}=\text{s}\cdot\text{m}\,\text{s}^{-1}=\text{m}$.

Dit is inderdaad de eenheid van lengte.

b De kans om te tunnelen wordt gegeven door de intensiteit voorbij de barrière.

Als de barrière hoger is, is ΔE groter. Dan is $d_{\frac{1}{2}}$ kleiner, en $\dfrac{x}{d_{\frac{1}{2}}}$ groter. De intensiteit I is dan kleiner.

Als de barrière breder is, is x groter, en $\dfrac{x}{d_{\frac{1}{2}}}$ groter. De intensiteit I is dan kleiner

Als de massa van het deeltje m groter is, is volgens de gegeven formule $d_{\frac{1}{2}}$ kleiner, en $\dfrac{x}{d_{\frac{1}{2}}}$ groter. De intensiteit I is dan kleiner.

c De halveringsdikte bereken je met de gegeven formule.

$d_{\frac{1}{2}}=0{,}0552\cdot\dfrac{h}{\sqrt{2m\cdot\Delta E}}$

h = 6,6260·10^{-34} (Zie BINAS tabel 7)
m = m_e = 9,1093·10^{-31} kg (Zie BINAS tabel 7)
ΔE = 10 eV = 10 × 1,6021·10^{-19} = 1,6021·10^{-18} J

$d_{\frac{1}{2}}=0{,}0552\cdot\dfrac{6{,}6260\cdot10^{-34}}{\sqrt{2\times9{,}1093\cdot10^{-31}\times1{,}6021\cdot10^{-18}}}$

$d_{\frac{1}{2}}=2{,}141\cdot10^{-11}$ m 2,1408·10^{-11} m

Afgerond: 2,1·10^{-11} m

Opgave 24

a Bij een scanning tunneling microscoop meet je de tunnelstroom. Die loopt over de breedte van de punt van de naald, en geeft informatie over een gebied ter grootte van die punt. Om afzonderlijke atomen waar te nemen, moet de punt van de naald dus ook maar één atoom breed zijn.

b De ruimte tussen de punt van de naald en het oppervlak van het metaal is voor de elektronen de barrière. Als de hoogte van de naald constant is, is de tunnelstroom groter als het oppervlak van het metaal dichterbij is, en kleiner als het oppervlak verder weg is. De tunnelstroom geeft dan informatie over de hoogteverschillen op het oppervlak.

c Om de tunnelstroom constant te houden, moet de afstand tussen de punt van de naald en het oppervlak constant blijven. Op het moment dat de tunnelstroom kleiner dreigt te worden, moet de naald naar het oppervlak toe worden bewogen, als de tunnelstroom groter wordt moet de naald juist verder weg van het oppervlak. De afstand waarover je de naald moet bewegen geeft dus informatie over de hoogteverschillen op het oppervlak.

Opgave 25

a De hoogte van de barrière in deze situatie wordt bepaald door de Coulombkracht, dus door het product van $Q_1 \cdot Q_2$. Bij alfaverval van bijvoorbeeld uranium geldt $Q_1 = 92e$ en $Q_2 = 2e$, en dus $Q_1 \cdot Q_2 = 92 \times 2 = 184e^2$. Bij kernfusie van protonen geldt $Q_1 = e$, $Q_2 = e$, en dus $Q_1 \cdot Q_2 = e^2$. Bij kernfusie is de barrière dus meer dan een factor 100 lager dan bij alfaverval. Enkele tientallen MeV bij alfaverval wordt dus enkele tienden van MeV voor kernfusie.

b Voor de gemiddelde energie van een deeltje in de zon geldt $E_{\text{gem}} = \frac{3}{2} k_{\text{B}} \cdot T$ met $T = 1{,}55 \cdot 10^7$ K en $k_{\text{B}} = 1{,}38066 \cdot 10^{-23}$ J K^{-1}.

$$E_{\text{gem}} = \tfrac{3}{2} \times 1{,}3806488 \cdot 10^{-23} \times 1{,}55 \cdot 10^7 = 3{,}2100 \cdot 10^{-16}\ \text{J}$$

$3{,}2100 \cdot 10^{-16}$ J komt overeen met $\dfrac{3{,}2100 \cdot 10^{-16}}{1{,}6021 \cdot 10^{-19}} = 2{,}00 \cdot 10^3\ \text{eV} = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{MeV}$.

De energiebarrière is enkele tienden MeV. De gemiddelde energie van een deeltje in de zon is dus een factor 100 te klein voor kernfusie.

c Als de temperatuur in een ster hoger is, is ook de energie van de deeltjes groter. Daardoor is het energieverschil met de hoogte van de barrière kleiner, en neemt de kans op tunnelen toe. Hierdoor gaat het kernfusieproces veel sneller dan in een minder hete ster.

13.6 Onzekerheidsrelatie

Opgave 26
De maximale verplaatsing van je fiets bereken je met de formule voor de snelheid.
De snelheid bereken je met de formule voor de impuls.
De impuls bereken je de onzekerheidsrelatie met het = teken in plaats van het ≥ teken.

$$\Delta x \cdot \Delta p = \frac{h}{4\pi}$$

Δx = 1 dm = 0,1 m
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)

$$0{,}1 \cdot \Delta p = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{4\pi}$$

$\Delta p = 5{,}2728 \cdot 10^{-34}$ kg m s^{-1}

$\Delta p = m \cdot \Delta v$
m = 12 kg
$5{,}2728 \cdot 10^{-34} = 12 \cdot \Delta v$
$\Delta v = 4{,}3940 \cdot 10^{-35}$ m/s

De fiets staat stil met $v = 0$. Uit $\Delta v = 4{,}3940 \cdot 10^{-35}$ m/s volgt dan dat de snelheid ligt dus tussen $-4{,}3940 \cdot 10^{-35}$ m/s en $+4{,}3940 \cdot 10^{-35}$ m/s.

$s = v \cdot t$
t = 6,5 h = 6,5 × 3600 = 23400 s
$s = 4{,}3940 \cdot 10^{-35} \times 23400 = 1{,}028 \cdot 10^{-30}$ m
De maximale verplaatsing is afgerond $1 \cdot 10^{-30}$ m.

Opgave 27

a De golflengte van De Broglie bereken je met de formule van De Broglie.
De impuls bereken je met de formule voor de impuls.
De snelheid bereken je met de formule voor kinetische energie.
De kinetische energie volgt uit de gemiddelde energie.
De gemiddelde energie bereken je met de gegeven formule.

$E_{gem} = \frac{3}{2}k_B \cdot T$
$k_B = 1{,}38066\cdot10^{-23}$ J K^{-1}
$T = 293$ K
$E_{gem} = \frac{3}{2} \times 1{,}38066\cdot10^{-23} \times 293$
$E_{gem} = 6{,}0680\cdot10^{-21}$ J

$E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$
$E_k = E_{gem} = 6{,}0680\cdot10^{-21}$
$m = m_e = 9{,}1093\cdot10^{-31}$ kg (Zie BINAS tabel 7)
$6{,}0680\cdot10^{-21} = \frac{1}{2} \times 9{,}109\cdot10^{-31} \cdot v^2$
$v = 1{,}15423\cdot10^{5}$ m/s

$p = m \cdot v$
$p = 9{,}1093\cdot10^{-31} \times 1{,}15423\cdot10^{5} = 1{,}0512\cdot10^{-25}$ kg m s^{-1}

$\lambda = \frac{h}{p}$
$h = 6{,}6260\cdot10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)

$\lambda = \frac{6{,}6260\cdot10^{-34}}{1{,}0512\cdot10^{-25}}$
$\lambda = 6{,}3018\cdot10^{-9}$ m
Afgerond: 6,3 nm

b Voor protonen is de gemiddelde energie bij kamertemperatuur dezelfde.
$E_k = \frac{1}{2}m \cdot v^2$
$E_k = E_{gem} = 6{,}0680\cdot10^{-21}$ (Zie vraag 27a)
$m = 1{,}6726\cdot10^{-27}$ kg (Zie BINAS tabel 7)
$6{,}0680\cdot10^{-21} = \frac{1}{2} \times 1{,}6726\cdot10^{-27} \cdot v^2$
$v = 2{,}6935\cdot10^{3}$ m/s

$p = m \cdot v$
$p = 1{,}6726\cdot10^{-27} \times 2{,}6935\cdot10^{3} = 4{,}5054\cdot10^{-24}$ kg m s^{-1}

$\lambda = \frac{h}{p}$
$h = 6{,}6260\cdot10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)

$\lambda = \frac{6{,}6260\cdot10^{-34}}{4{,}5054\cdot10^{-24}}$
$\lambda = 1{,}470\cdot10^{-10}$ m
Afgerond: 0,15 nm

c De golflengte van een elektron is groter dan de afstand tussen de atomen. Eén elektron overlapt dus met meerdere atomen. Er zijn dus quantumeffecten te verwachten.
De golflengte van één proton is kleiner dan de afstand tussen de atomen. De interactie van het proton blijft dus binnen de afstand van één atoom.

Opgave 28

a Voor de impuls geldt $p = m \cdot v$ waarbij je de snelheid afleidt uit de formule de middelpuntzoekende kracht $F_{\text{mpz}} = \dfrac{m \cdot v^2}{r}$ met $F_{\text{mpz}} = F = \dfrac{k}{r^2}$.

Dus $\dfrac{m \cdot v^2}{r} = \dfrac{k}{r^2}$. Hieruit volgt $v^2 = \dfrac{k}{mr}$ en $v = \sqrt{\dfrac{k}{mr}}$.

$$p = m \cdot v = m \cdot \sqrt{\frac{k}{m \cdot r}} = \sqrt{\frac{k \cdot m^2}{m \cdot r}} = \sqrt{\frac{k \cdot m}{r}}$$

b De golflengte bereken je met de formule van De Broglie
De impuls bereken je met de gegeven formule voor impuls.
De constante *k* bereken je met de gegeven formule voor *k*.

$k = f \cdot e^2$
$f = 8{,}987551 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\,\text{C}^{-2}$ (Zie BINAS tabel 7)
$e = 1{,}6021 \cdot 10^{-19}$ C (Zie BINAS tabel 7)
$k = 8{,}987551 \cdot 10^9 \times (1{,}6021 \cdot 10^{-19})^2 = 2{,}3068 \cdot 10^{-28}\ \text{N m}^2$

$$p = \sqrt{\frac{k \cdot m}{r}}$$

$m = m_e = 9{,}1093 \cdot 10^{-31}$ kg (Zie BINAS tabel 7)
$r = 5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m

$$p = \sqrt{\frac{2{,}3068 \cdot 10^{-28} \times 9{,}1091 \cdot 10^{-31}}{5{,}29 \cdot 10^{-11}}}$$

$p = 1{,}993 \cdot 10^{-24}\ \text{kg m s}^{-1}$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)

$$\lambda = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{1{,}993 \cdot 10^{-24}}$$

$\lambda = 3{,}325 \cdot 10^{-10}$ m
Afgerond: $3{,}33 \cdot 10^{-10}$ m

c De golflengte bereken je met de formule van De Broglie
De impuls bereken je met de gegeven formule voor impuls.
De constante *k* bereken je met de gegeven formule voor *k*.

$k = G \cdot M_{aarde} \cdot M_{maan}$
$G = 6{,}67384 \cdot 10^{-11}$ N m^2 kg^2 (Zie BINAS tabel 7)
$M_{aarde} = 5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg (Zie BINAS tabel 31)
$M_{maan} = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg (Zie BINAS tabel 31)
$k = 6{,}67384 \cdot 10^{-11} \times 5{,}972 \cdot 10^{24} \times 0{,}0735 \cdot 10^{24}$
$k = 2{,}92942 \cdot 10^{37}$ N m^2

$$p = \sqrt{\frac{k \cdot m}{r}}$$
$m = M_{maan} = 0{,}0735 \cdot 10^{24}$ kg (Zie BINAS tabel 31)
$r = 3{,}84 \cdot 10^{8}$ m

$$p = \sqrt{\frac{k \cdot m}{r}} = \sqrt{\frac{2{,}92940 \cdot 10^{37} \times 0{,}0735 \cdot 10^{24}}{3{,}84 \cdot 10^{8}}} =$$
$p = 7{,}4880 \cdot 10^{25}$ kg m/s

$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ (Zie BINAS tabel 7)
$$\lambda = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{7{,}4880 \cdot 10^{25}}$$
$\lambda = 8{,}8487 \cdot 10^{-60}$ m
Afgerond $8{,}85 \cdot 10^{-60}$ m

d De omtrek van een cirkel bereken je met de formule voor de omtrek.

$O = 2\pi r$

Voor het elektron geldt:
$O = 2\pi \times 5{,}29 \cdot 10^{-11} = 3{,}32 \cdot 10^{-10}$ m

$$n = \frac{O}{\lambda}$$
$\lambda = 3{,}33 \cdot 10^{-10}$ m
$$n = \frac{3{,}32 \cdot 10^{-10}}{3{,}33 \cdot 10^{-10}} = 0{,}997$$
Afgerond: $n = 1$ (want n is altijd een geheel getal).
$n = 1$ geeft de grondtoestand aan.

Voor de maan geldt:
$O = 2\pi \times 3{,}84 \cdot 10^{8} = 2{,}413 \cdot 10^{9}$ m

$$n = \frac{O}{\lambda}$$
$\lambda = 8{,}55 \cdot 10^{-60}$ m
$$n = \frac{2{,}413 \cdot 10^{9}}{8{,}55 \cdot 10^{-60}} = 2{,}726 \cdot 10^{68}$$
Afgerond: $n = 2{,}73 \cdot 10^{68}$
n is heel groot. Dus dit is een zeer hoge aangeslagen toestand.

e Als n heel groot wordt, wordt het energieverschil tussen opeenvolgende energieniveaus steeds kleiner. Voor de maan is n zeer groot. Dus de maan gaat over naar een andere energieniveau door zeer kleine energiehoeveelheid op te nemen en of af te staan.

Opgave 29

a Bij x = 0 zijn de golven in tegenfase. Voor het faseverschil tussen x = 0 en x = 11 cm geldt

$\Delta\varphi = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$.

Met λ_1 = 1,0 cm = 1,0·10^{-2} m volgt $\Delta\varphi$ = 11.
Met λ_2 = 1,1 cm = 1,1·10^{-2} m volgt $\Delta\varphi$ = 10.
Het faseverschil tussen de twee golven is 1. Dat is dus de eerste keer dat de golven weer in dezelfde fase zijn als op x = 0. De golven zijn bij x = 11 cm dus weer in tegenfase en dan is de amplitude van de resulterende golf weer 0.

b Bij x = 0 zijn de golven in tegenfase. Voor het faseverschil tussen x = 0 en x = 5,5 cm geldt

$\Delta\varphi = \dfrac{\Delta x}{\lambda}$

Met λ_1 = 1,0 cm = 1,0·10^{-2} m volgt $\Delta\varphi$ = 5,5.
Met λ_2 = 1,1 cm = 1,1·10^{-2} m volgt $\Delta\varphi$ = 5,0.
Het faseverschil tussen de twee golven is 0,5. Dat is dus de eerste keer dat de golven in fase zijn. De golven zijn bij x = 5,5 cm dus in fase. Ze versterken elkaar en de amplitude is maximaal.

c De golflengte van de eerste golf is 1,0 cm, die van de tweede golf 1,5 cm. De resulterende golf vertoont een herhalend patroon om de 3,0 cm. Dit komt omdat 3,0 cm is het kleinste gehele veelvoud van zowel 1,0 cm als 1,5 cm want 3,0 cm = 3 × 1,0 cm = 2 × 1,5 cm.

d De golflengte van de eerste golf is 1,0 cm, die van de tweede golf 1,05 cm. De resulterende golf vertoont een herhalend patroon om de 21,0 cm. Dit komt omdat 21,0 cm is het kleinste gehele veelvoud van zowel 1,0 cm als 1,05 cm want 21,0 cm = 21 × 1,0 cm = 20 × 1,05 cm.

e Voor de impuls geldt $\lambda = \dfrac{h}{p}$. Als twee waarden van λ dichtbij elkaar liggen, liggen de bijbehorende waarden van p ook dicht bij elkaar.

f In de vragen 29a t/m d zie je dat hoe kleiner het verschil in golflengte, hoe verder de minima van de resulterende golf uit elkaar liggen. Als er weinig spreiding is in de golflengte, raakt de golf dus over een grotere afstand uitgesmeerd en is de variatie in amplitude klein

13.7 Afsluiting

Opgave 30

a Het atoom beweegt naar het foton toe. Hierbij treedt blauwverschuiving op: dus naar hogere frequenties. Voor de fotonenergie geldt $E_f = h \cdot f$. Omdat h een constante is betekent een hogere frequentie een hogere fotonenergie.

b Het frequentieverschil bereken je met het verschil in fotonenergie tussen de twee fotonen. Het verschil in fotonenergie bereken je volgens de wet van behoud van energie met het verschil in kinetische energie van het atoom.
De kinetische energie van het atoom bereken je met de formule voor kinetische energie van het atoom ^{85}Rb.

$\Delta E_k = E_{k,voor} - E_{k,na}$

$\Delta E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$m = 84{,}91180$ u $= 84{,}91180 \times 1{,}6605 \cdot 10^{-27} = 1{,}4099 \cdot 10^{-25}$ kg

$v_{voor} = 0{,}500$ m/s

$v_{na} = 0{,}495$ m/s

$E_{k,voor} = \frac{1}{2} \times 1{,}4099 \cdot 10^{-25} \times 0{,}500^2 = 1{,}76245 \cdot 10^{-26}$ J

$E_{k,na} = \frac{1}{2} \times 1{,}4099 \cdot 10^{-25} \times 0{,}495^2 = 1{,}72730 \cdot 10^{-26}$ J

$\Delta E_k = 1{,}76245 \cdot 10^{-26} - 1{,}72730 \cdot 10^{-26}$

$\Delta E_k = 0{,}03515 \cdot 10^{-26}$ J

$\Delta E_f = h \cdot \Delta f$

$h = 6{,}6260 \cdot 10^{-34}$ J s

$\Delta E_f = \Delta E_k$

$0{,}03515 \cdot 10^{-26} = 6{,}6260 \cdot 10^{-34} \times \Delta f$

$\Delta f = 5{,}3048 \cdot 10^5$ Hz

Afgerond: $\Delta f = 5 \cdot 10^5$ Hz

c Als een atoom een foton uitzendt is er sprake van een kracht van het atoom op het foton. Volgens de derde wet van Newton is er dan ook sprake van een kracht van het foton op het atoom. Hierdoor krijgt het atoom een versnelling en dus snelheid.

d De snelheid bereken je met de formule voor de impuls van het atoom.
De impuls van het atoom volgt uit de impuls van het uitgezonden foton.
De impuls van het foton bereken je uit de formule van De Broglie.
De frequentie bereken je met de formule voor de fotonenergie.
De fotonenergie bereken je de oorspronkelijke fotonenergie en het verschil in kinetische energie van het atoom bij een botsing.

$E_f = E_{f,voor} + \Delta E_k$
$E_{f,voor} = 1{,}59$ eV $= 1{,}59 \times 1{,}6021\cdot10^{-19} = 2{,}5473\cdot10^{-19}$ J
$\Delta E_k = 0{,}03515\cdot10^{-26}$ J
$E_f = 2{,}5473\cdot10^{-19} + 0{,}03515\cdot10^{-26} = 2{,}5473\cdot10^{-19}$ J

$$E_f = \frac{h\cdot c}{\lambda}$$
$h = 6{,}6260\cdot10^{-34}$ J s
$c = 2{,}9979\cdot10^{8}$ m/s
$$2{,}5473\cdot10^{-19} = \frac{6{,}6260\cdot10^{-34}\times2{,}9979\cdot10^{8}}{\lambda}$$
$\lambda = 7{,}8015\cdot10^{-7}$ m

$$\lambda = \frac{h}{p}$$
$$7{,}8015\cdot10^{-7} = \frac{6{,}6260\cdot10^{-34}}{p}$$
$p = 8{,}496\cdot10^{-28}$ kg m s^{-1}

$p = m\cdot v$
$m = 1{,}4099\cdot10^{-25}$ kg (Zie vraag 30b)
$8{,}4932\cdot10^{-28} = 1{,}4099\cdot10^{-25}\cdot v$
$v = 6{,}023\cdot10^{-3}$ m/s
Afgerond: 6,02 mm/s

e De golflengte is maximaal als de impuls minimaal is. De impuls van het foton en de impuls van het atoom zijn dan gelijk. Dit wil zeggen dat de golflengtes ook gelijk zijn.
Dus $\lambda = 7{,}799\cdot10^{-7}$ m (Zie de berekening in vraag 30d)
Afgerond: $7{,}8\cdot10^{-7}$ m

Opgave 31

a In figuur 13.45 staat de LED in de doorlaatrichting als de stroom van links naar rechts door de LED loopt. De elektronen gaan in de tegenovergestelde richting. In de tekst staat dat het elektron eerst in het n-type materiaal komt. In figuur 13.45 bevindt het n-type geleidend materiaal dus aan de rechterkant van de LED.

b Bij het terugvallen van een elektron komt een foton vrij met een energie van 2,26 eV. Volgens BINAS tabel 19A hoort bij dit type fotonen zichtbaar licht in de kleur groengeel.

c Bij interne conversie is het energieverschil veel kleiner. De bijbehorende fotonen hebben dan ook een veel kleinere energie. Als de fotonenergie veel kleiner is, is de erbij behorende straling niet zichtbaar licht, maar infraroodstraling. Infrarood straling is warmtestraling.

d In de LED wordt elektrische energie omgezet in stralingsenergie. Voordat deze omzetting kan plaatsvinden, moet een elektron voldoende energie hebben.
De drempelspanning bereken je met de formule voor de toename van de elektrische energie. Volgens de wet van behoud van energie is de toename van de elektrische energie gelijk de fotonenergie, die vrijkomt bij terugvallen.

$E_{el} = q \cdot U$
$E_{el} = E_f = 2{,}26$ eV
$q = e$ bij een elektron
$U = 2{,}26$ V
Als de spanning niet hoog genoeg is, kan een elektron niet op het hoge energieniveau binnenkomen. De berekende waarde voor de spanning is dus een ondergrens en dus de drempelspanning.

e In de doorlaatrichting komt het elektron op een hoog energieniveau binnen, en verlaat de LED op een laag energieniveau. Voor het omgekeerde richting zou onderweg energie moeten worden toegevoerd. Dit kan dus niet spontaan.

f De elektronen hebben een beperkte ruimte. Dit wordt beschreven door het model van een deeltje in een doos. Voor de energieën van een deeltje in een doos geldt $E_n = n^2 \cdot \dfrac{h^2}{8m \cdot L^2}$.
Kleinere hoeveelheden energie en dus kleine energieverschillen horen dus bij een grote waarde van L. De afmetingen van de LED zijn groter dan de afstanden tussen de atomen. Omdat ΔE_1 groter is dan ΔE_2 bepalen de afstanden tussen de afzonderlijke atomen in de LED dus ΔE_1 (en de afmetingen van de LED zelf bepaalt dus ΔE_2).